بسم الله الرحمن الرحيم

# الرياضيات

## مذكرة

## للصف الثاني الإعدادي ( الهندسة )

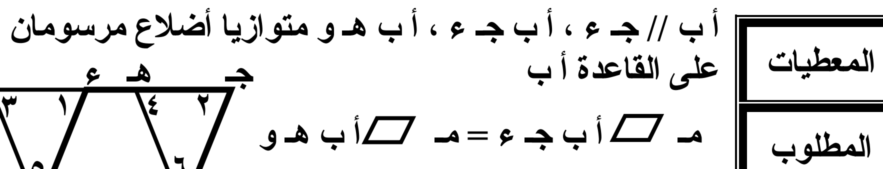
## الفصل الدراسي الثاني



### نظرية

**سطحا متوازيى الاضلاع المشتركين فى القاعدة والمحصورين بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة متساويان فى المساحة**

**المعطيات**: أ ب // جـ ء ، أ ب جـ ء ، أ ب هـ و متوازيا أضلاع مرسومان على القاعدة أ ب




**المطلوب**: م ▱ أ ب جـ ء = م ▱ أ ب هـ و

**البرهان**: △ △ أ ء و ، ب جـ هـ

ق( ١ ) = ق ( ٢ ) بالتناظر

ق( ٣ ) = ق ( ٤ ) بالتناظر

ق( ٥ ) = ق ( ٦ )

△ △ أ ء و ، ب جـ هـ

فيهما { ب جـ = أ ء ، ب هـ = أ و ، ق( ٥ ) = ق ( ٦ ) }

△ أ ء و ≡ △ ب جـ هـ

م الشكل أ ب جـ و ـ م △ أ ء و = م الشكل أ ب جـ و ـ م △ ب جـ هـ

مساحة سطح ▱ أ ب جـ ء = مساحة سطح ▱ أ ب هـ و



نتيجة

**مساحة متوازى الاضلاع تساوى مساحة المستطيل المشترك معه فى القاعدة والمحصورمعه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة**

مساحة متوازى الاضلاع أ ب جـ ء
= مساحة المستطيل هـ ب و ء

***************************************************

نتيجة

**مساحة متوازى الاضلاع = طول القاعدة × الارتفاع**

***************************************************

نتيجة

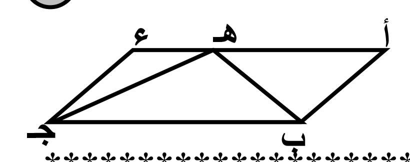
**متوازيات الاضلاع المحصورة بين مستقيمين متوازيين وقواعدهما التى على أحد هذين المستقيمين متساوية فى الطول تكون متساوية فى المساحة**

مـ ▱ أ ب جـ ء = مـ ▱ س ص ع ل = مـ ▱ م ن هـ و



نتيجة

**مساحة المثلث تساوى مساحة متوازى الاضلاع المشترك معه فى القاعدة والمحصور معه بين مستقيمين متوازيين أحدهما يحمل هذه القاعدة**




مساحة △ هـ ب جـ يساوى نصف مساحة متوازى الاضلاع أ ب جـ ء

***************************************************

نتيجة

**مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع**

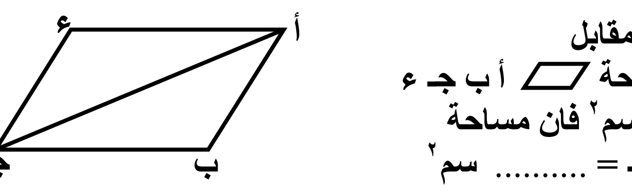
***************************************************

مثال

فى الشكل المقابل
إذا كان مساحة △ ء ب جـ = ١٥سم$^2$
فان مساحة ▱ أ ب جـ ء = ............... سم$^2$

***************************************************

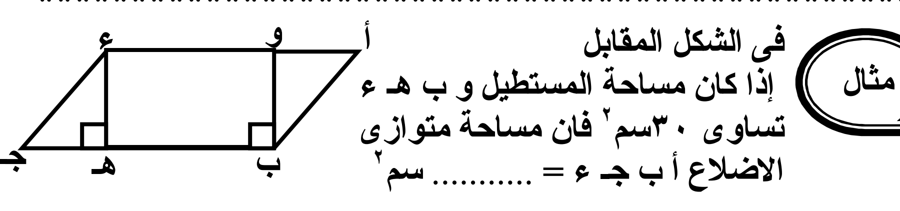
مثال




فى الشكل المقابل
إذا كان مساحة ▱ أ ب جـ ء
تساوى ٢٠سم$^2$ فان مساحة
△ أ ب جـ = .......... سم$^2$

***************************************************

مثال




فى الشكل المقابل
إذا كان مساحة المستطيل و ب هـ ء
تساوى ٣٠سم$^2$ فان مساحة متوازى
الاضلاع أ ب جـ ء = ........... سم$^2$

## مثال

في الشكل المقابل

إذا كان مساحة ▱ أ ب جـ ء = ٥٠سم$^{٢}$

فان مساحة △ أ هـ ء = ............ سم$^{٢}$

*********************************************

## مثال

في الشكل المقابل

إذا كان مساحة △ ب جـ ء

تساوى ٢٢سم$^{٢}$ فان مساحة

▱ أ ب جـ ء = ......... سم$^{٢}$

*********************************************

## مثال

في الشكل المقابل

إذا كان مساحة متوازى الاضلاع

أ ب جـ ء = ١٥سم$^{٢}$ فان مساحة

المستطيل و ب هـ ء = .......... سم$^{٢}$

*********************************************

## مثال

في الشكل المقابل

أ ء // ب جـ ، ب جـ = ١٠سم

، ء هـ = ٨سم أوجد مساحة

△ أ ب جـ

**الحل**

أ ء // ب جـ      أ و = ء هـ = ٨سم

مساحة △ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢}$ × ب جـ × أ و

= $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٨ = ٤٠سم$^{٢}$



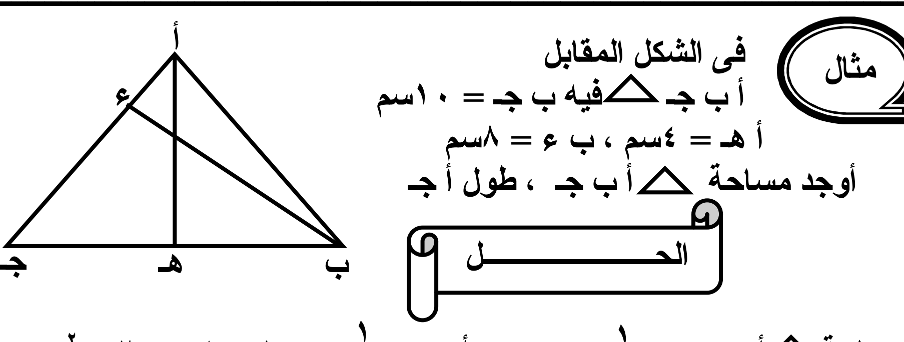
## مثال

في الشكل المقابل

أ ب جـ △ فيه ب جـ = ١٠سم

أ هـ = ٤سم ، ب ء = ٨سم

أوجد مساحة △ أ ب جـ ، طول أ جـ




مساحة △ أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ب جـ × أ هـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٤ = ٢٠سم$^{٢}$

مساحة △ أ ب جـ = ٢٠سم$^{٢}$

$\frac{١}{٢}$ × أ جـ × ب ء = ٢٠

$\frac{١}{٢}$ × أ جـ × ٨ = ٢٠

٤ أ جـ = ٢٠

أ جـ = $\frac{٢٠}{٤}$ = ٥سم$^{٢}$

## مثال

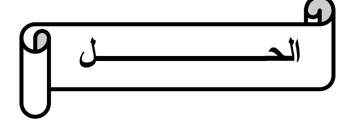
في الشكل المقابل

أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه

أ ب = ١٢سم ، ب جـ = ١٥سم

، ء هـ = ٤سم أوجد مساحة متوازى

الاضلاع أ ب جـ ء ، طول ء و




مساحة ▱ أ ب جـ ء = طول القاعدة × الارتفاع = ء هـ × ب جـ

= ٤ × ١٥ = ٦٠ سم$^{٢}$

مساحة ▱ أ ب جـ ء = ٦٠سم$^{٢}$

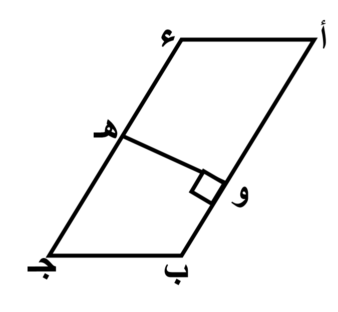
ء و × أ ب = ٦٠

ء و × ١٢ = ٦٠

ء و = $\frac{٦٠}{١٢}$ = ٥سم

**مثال**

فى الشكل المقابل
أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه
هـ و ⊥ أ ب ، هـ و = ٥سم
ء جـ = ٦سم اوجد مساحة
متوازى الاضلاع أ ب جـ ء



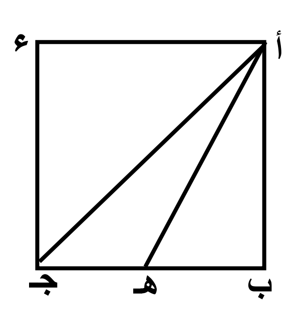

**الحل**

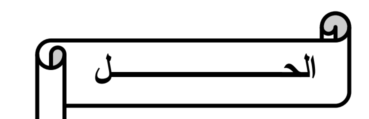
أ ب جـ ء متوازى أضلاع     أ ب = ء جـ = ٦سم

مساحة ▱ أ ب جـ ء = أ ب × هـ و = ٦ × ٥ = ٣٠ سم$^{٢}$

**مثال**

فى الشكل المقابل
أ ب جـ ء مربع محيطه ١٦سم
هـ منتصف ب جـ أوجد
مساحة △ أ هـ جـ




محيط المربع = ٤٠

٤ × طول ضلعه = ٤٠

طول ضلعه = $\frac{٤٠}{٤}$ = ١٠سم

هـ منتصف ب جـ     هـ جـ = ٥سم

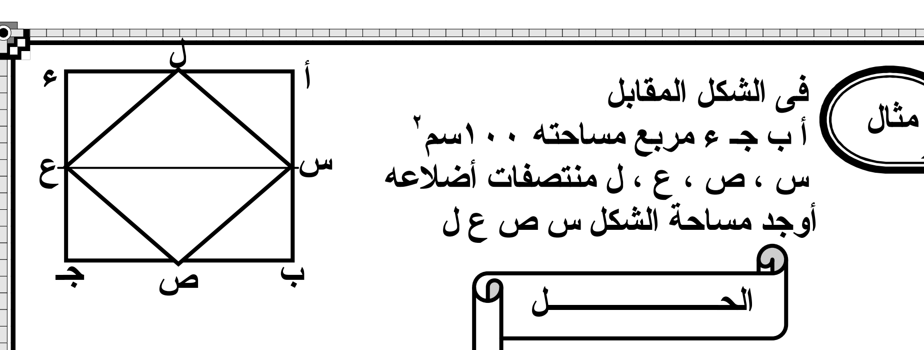
مساحة △ أ هـ جـ = $\frac{١}{٢}$ × هـ جـ × أ ب

= $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ١٠ = ٢٥سم



**مثال**

فى الشكل المقابل
أ ب جـ ء مربع مساحته ١٠٠سم$^{٢}$
س ، ص ، ع ، ل منتصفات أضلاعه
أوجد مساحة الشكل س ص ع ل




**الحل**

س منتصف أ ب ، ع منتصف ء جـ فان س ع // أ ء // ب جـ

مساحة ▭ أ س ع ء = ٥٠سم

مساحة △ ل س ع = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▭ أ س ع ء = ٢٥سم$^{٢}$

بالمثل

مساحة △ س ص ع = $\frac{١}{٢}$ مساحة ▭ س ب جـ ع = ٢٥سم$^{٢}$

مساحة الشكل س ص ع ل = ٢٥ + ٢٥ = ٥٠ سم$^{٢}$

## متى تتساوى مساحتا مثلثين

**المثلثان المرسومان على قاعدة واحدة ورأسيهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة متساويان فى مساحتى سطحيهما**

المعطيات:ـ أ ء // ب جـ ، المثلثان أ ب جـ ، ء ب جـ تشتركان فى القاعدة ب جـ

المطلوب :ـ مساحة $\Delta$أ ب جـ = مساحة $\Delta$ء ب جـ

العمل : ـ نرسم أ هـ ، ء و عموديين على ب جـ

البرهان : ـ

أ هـ // ء و لانهما عموديان على ب جـ

$\therefore$ أ هـ = ء و $\therefore$ الشكل أ هـ و ء مستطيل

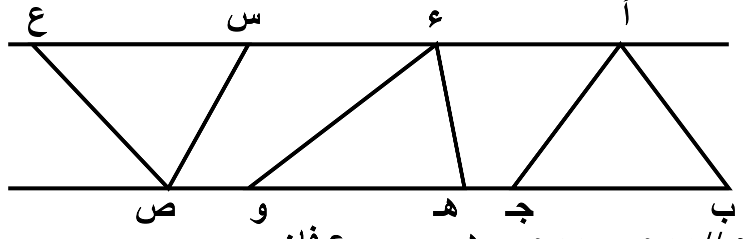
مساحة $\Delta$ أ ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × أ هـ

مساحة $\Delta$ ء ب جـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × ء و

$\therefore$مساحة $\Delta$ أ ب جـ = مساحة $\Delta$ ء ب جـ

**نتيجة**

**المثلثات التى قواعدها متساوية فى الطول والمحصورة بين مستقيمين متوازيين تكون متساوية فى المساحة**



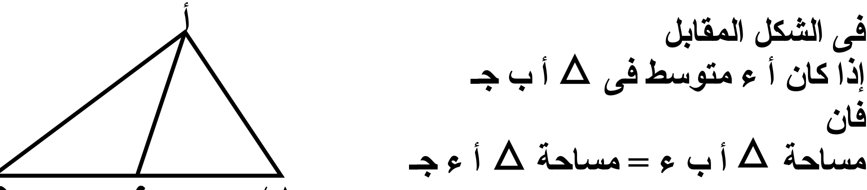

إذا كان أ ء // ب جـ ، ب جـ = هـ و = س ع فان

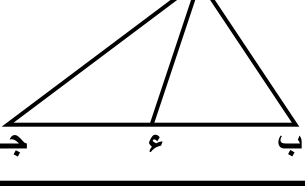
مساحة $\Delta$أ ب جـ = مساحة $\Delta$ ء هـ و = مساحة $\Delta$ س ص ع



**نتيجة**

**متوسط المثلث يقسم سطحه الى سطحى مثلثين متساويين فى المساحة**





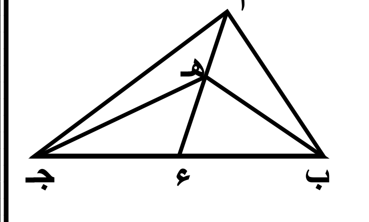

فى الشكل المقابل

إذا كان أ ء متوسط فى $\Delta$ أ ب جـ

فان

مساحة $\Delta$ أ ب ء = مساحة $\Delta$ أ ء جـ

**مثال**




فى الشكل المقابل

أ ء متوسط فى$\Delta$أ ب جـ

هـ $\in$ أ ء إثبت أن

مساحة $\Delta$أ ب هـ = مساحة $\Delta$أ جـ هـ

**الحـــــل**

أ ء متوسط فى $\Delta$ أ ب جـ مساحة $\Delta$أ ب ء = مساحة $\Delta$ أ ء جـ (١)

هـ $\in$ أ ء أ هـ متوسط فى هـ ب جـ

مساحة $\Delta$ هـ ب ء = مساحة $\Delta$ هـ ء جـ (٢)

بطرح ٢ من ١

مـ $\Delta$أ ب ء ـ مـ $\Delta$ هـ ب ء = مـ $\Delta$ أ ء جـ ـ مـ $\Delta$ هـ ء جـ

مـ $\Delta$ أ ب هـ = مـ $\Delta$ أ هـ جـ

**مثال**

**فى الشكل المقابل**

**س ل // ص ع**

**س ع ∩ ص ل = { م }**

**إثبت أن مساحة Δ س م ص = مساحة Δ ل م ع**

**الحـــــــــل**

**س ل // ص ع**

**مساحة Δ س ص ع = مساحة Δ ل ص ع**

**بطرح مساحة Δ م ص ع من الطرفين**

**مـ Δ س ص ع – مـ Δ م ص ع = مـ Δ ل ص ع – مـ Δ م ص ع**

**مساحة Δ س م ص = مساحة Δ ل م ع**

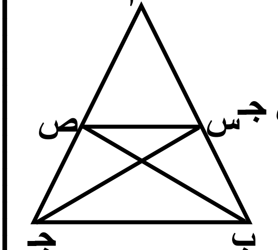
---

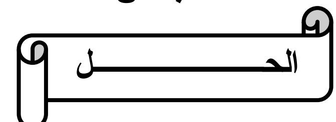
**مثال**

**فى الشكل المقابل**

**س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ**

**إثبت أن مساحة Δ أ ب ص = مساحة Δ أ س جـ**




**س منتصف أ ب ، ص منتصف أ جـ      س ص // ب جـ**

**مساحة Δ ب س ص = مساحة Δ جـ س ص**

**باضافة مساحة أ س ص الى الطرفين**

**مـ Δ ب س ص + مـ Δ أ س ص = مـ Δ جـ س ص + مـ Δ أ س ص**

**مـ Δ أ ب ص = مـ Δ أ س جـ**



**مثال**

**فى الشكل المقابل**

**أ ء متوسط Δ أ ب جـ**

**ء هـ متوسط Δ أ ب ء**

**إثبت أن**

**مساحة Δ أ ء هـ = $\frac{١}{٤}$ مساحة Δ أ ب جـ**

**الحـــــــــل**

**أ ء متوسط فى Δ أ ب جـ**

**مساحة Δ أ ب ء = Δ مساحة أ ب جـ**

**ء هـ متوسط فى Δ أ ب ء**

**مساحة Δ أ هـ ء = $\frac{١}{٢}$ مساحة Δ أ ب ء**

**= $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × مساحة Δ أ ب جـ = $\frac{١}{٤}$ مساحة أ ب جـ**

---

**مثال**

**فى الشكل المقابل**

**أ ء متوسط فى Δ أ ب جـ**

**هـ ∈ أ ء إثبت أن**

**مـ Δ أ ب هـ = $\frac{١}{٢}$ مـ الشكل أ ب هـ جـ**

**الحـــــــــل**

**أ ء متوسط فى Δ أ ب جـ**

**مـ Δ أ ب ء = مـ Δ أ ء جـ (١)**

**هـ ∈ أ ء      هـ ء متوسط Δ هـ ب جـ**

**مـ Δ ب ء هـ = مـ Δ ء هـ جـ (٢)**

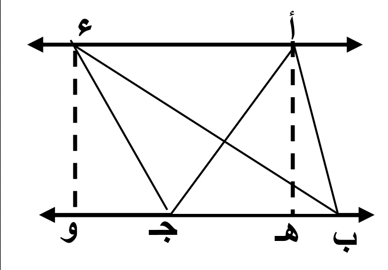
**بجمع ١ ، ٢ ينتج أن**

**مـ Δ أ ب ء + مـ Δ ب ء جـ = مـ Δ أ ء جـ + مـ Δ هـ ء جـ**

**مـ Δ أ ب جـ = مـ Δ أ جـ هـ = $\frac{١}{٢}$ مساحة الشكل أ ب هـ جـ**

## نظــــــــرية

**المثلثان المتساويان فى مساحتيهما والمرسومان على قاعدة واحدة وفى جهة واحدة من هذه القاعدة يكون رأساهما على مستقيم يوازى هذه القاعدة**




المعطيات : مـ △أ ب جـ = مـ △ ء ب جـ

، ب جـ قاعدة مشتركة لهما

المطلوب : أ ء // ب جـ

العمل : نرسم أ هـ ⊥ ب جـ ، ء و ⊥ ب جـ

البرهان :

مـ △ أ ب جـ = مـ △ ء ب جـ

$\frac{1}{2}$ × ب جـ × أ هـ = $\frac{1}{2}$ ب جـ × ء و

أ هـ = ء و

أ هـ ، ء و عمودان على ب جـ

∴ أ هـ // ء و

الشكل أ هـ ء و مستطيل

∴ أ ء // ب جـ

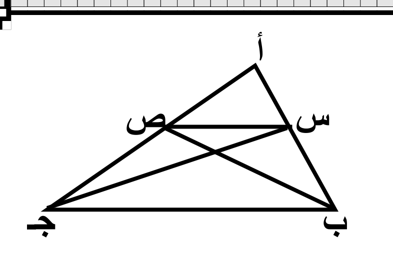


### مثال

فى الشكل المقابل

مـ △أ ب ص = مـ △ أ جـ س

إثبت أن ء هـ // ب جـ




### الحـــل

مـ △ أ ب ص = مـ △ أ جـ س

بطرح مـ △ أ س ص من الطرين

مـ △أ ب ص - مـ △ أ س ص = مـ △أ جـ س - مـ △ أ س ص

مـ △ ب س ص = مـ △ جـ س ص

[ وهما مرسومتان على قاعدة واحده ورأساهما على جهة واحدةمنها ]

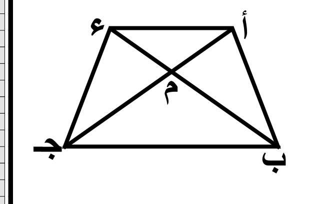
∴ س ص // ب جـ

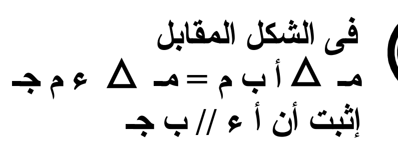
### مثال

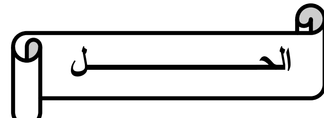
فى الشكل المقابل

مـ △ أ ب م = مـ △ ء م جـ

إثبت أن أ ء // ب جـ





### الحـــل

مـ △ أ ب م = مـ △ ء م جـ

بأضافة مـ △ ب م جـ

مـ △ أ ب م + مـ △ ب م جـ = مـ △ ء م جـ + مـ △ب م جـ

∴ مـ △أ ب جـ = مـ △ ء ب جـ

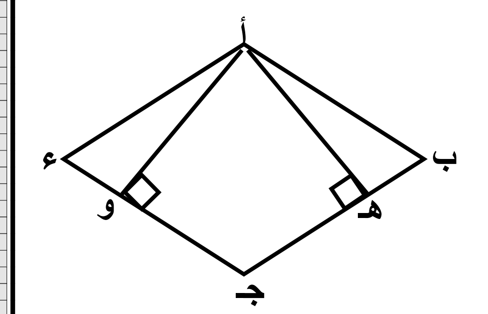
[ وهما مرسومتان على قاعدة واحده ورأساهما على جهة واحدةمنها ]

∴ أ ء // ب جـ

# مساحة المعين

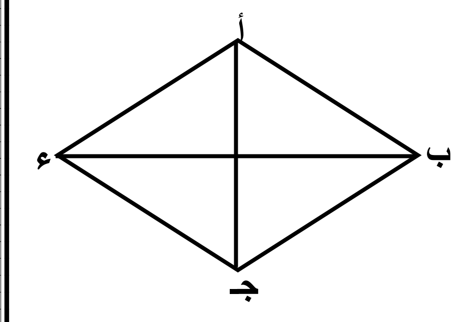
تذكر أن : المعين هو متوازى أضلاع تكون أضلاعه متساوية فى الطول .
خواصه
(١) كل ضلعين متقابلين متوازيين
(٢) القطران متعامدان وينصف كلا منهما الاخر
(٣) القطران ينصف كلا منهما زاويتا الراس الواصل بينهما

**مساحة المعين = طول ضلعه × ارتفاعه**



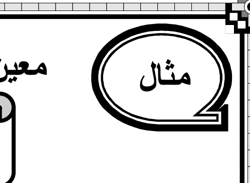

مساحة المعين = ب جـ × أ هـ
= جـ ء × أ و

**مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ حاصل ضرب طولا قطريه**




مساحة المعين = $\frac{١}{٢}$ أ جـ × ب ء






معين طول ضلعه = ١٠سم وارتفاعه = ٤سم أوجد مساحته

الحـــــــل

مساحته = طول ضلعه × أرتفاعه = ١٠ × ٤ = ٤٠ سم²



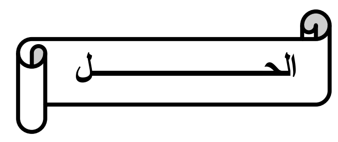

معين طولا قطريه ١٠سم ، ٦سم أوجد مساحته

الحـــــــل

مساحته = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٦ = ٣٠ سم²




معين طول ضلعه = ٨سم ومساحته = ٤٨ سم² أوجد أرتفاعه




مساحته = ٤٨ ‏ ‏ ‏ ‏ ٨ × ارتفاعه = ٤٨

طول ضلعه × ارتفاعه = ٤٨ ‏ ‏ ‏ ‏ ارتفاعه = $\frac{٤٨}{٨}$ = ٦سم




معين أرتفاعه = ٥سم ومساحته = ٦٠ سم² أوجد طول ضلعه

الحـــــــل

مساحته = ٦٠ ‏ ‏ ‏ ‏ طول ضلعه × ٥ = ٦٠

طول ضلعه × ارتفاعه = ٦٠ ‏ ‏ ‏ ‏ طول ضلعه = $\frac{٦٠}{٥}$ = ١٢سم

**نتيجة**

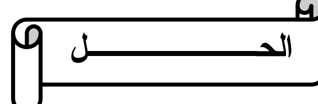
**مساحة المربع = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره**

**مثال** مربع طول قطره ١٠ سم أوجد مساحته

الحـــــل

مساحته = $\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره = $\frac{١}{٢}$ $(١٠)^٢$ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠٠ = ٥٠ سم$^٢$

**مثال** مربع مساحته = ٣٢ سم$^٢$ أوجد طول قطره




مساحته = ٣٢

$\frac{١}{٢}$ مربع طول قطره = ٣٢

مربع طول قطره = ٦٤

طول قطره = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ سم

تذكر أن مساحة المربع = مربع طول ضلعه

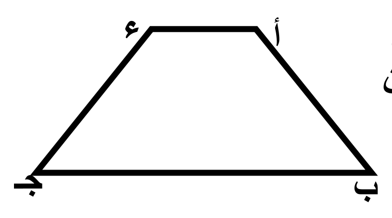
محيط المربع = طول ضلعه × ٤



## مساحة شبه المنحرف

شبه المنحرف :- هوشكل رباعى فيه ضلعين متوازيين (هما قاعدتيه) ويسمى كل ضلع من الضلعين الغير متوازيين ( ساقا)

ففى الشكل المقابل




أ ء ، ب جـ هما قاعدتا شبه المنحرف

، أب ، ء جـ هما ساقيه .

**مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع**

**مثال** شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٥ سم ، ٩سم ، أرتفاعه = ١٠سم أوجد مساحته

الحـــــل

مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$ مجموع القاعدتين المتوازيتين × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × ( ٩ + ٥ ) × ١٠ = $\frac{١}{٢}$ × ١٤ × ١٠ = ٧٠سم$^٢$

**مثال** شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٤سم ، ١٠سم مساحته = ٣٥ سم$^٢$ أوجد أرتفاعه

الحـــــل

مساحته = ٣٥

$\frac{١}{٢}$( ٤ +١٠ ) × ع = ٣٥

$\frac{١}{٢}$× ١٤ × ع = ٣٥

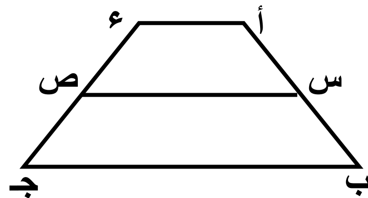
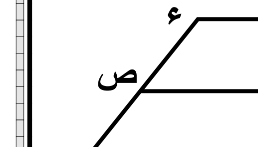
٧ ع = ٣٥

ع = $\frac{٣٥}{٧}$ = ٥سم

## مساحة شبه المنحرف = القاعدة المتوسطة × الارتفاع

**القاعدة المتوسطة**

هى نصف مجموع القاعدتين المتوازيين


س ص تسمى القاعدة المتوسطة

س ص = $\frac{\text{أ ء + ب جـ}}{٢}$

**مثال**

شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة = ١٠ ارتفاعه =٤سم اوجد مساحته

**الحـــل**

مساحته = القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ١٠ × ٤ = ٤٠ سم$^{٢}$

**مثال**

شبه منحرف مساحته = ٢٤ سم$^{٢}$ أرتفاعه = ٣سم أوجد طول قاعدته المتوسطة

**الحـــل**

مساحته = ٢٤ — القاعدة المتوسطة × ٣ = ٢٤

القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ٢٤ — القاعدة المتوسطة = $\frac{٢٤}{٣}$ = ٨سم

**مثال**

شبه منحرف مساحته = ٢٠سم$^{٢}$ طول قاعدته المتوسطة =٥سم أوجد أرتفاعه

**الحـــل**

مساحته = ٢٠ — ٥ × الارتفاع = ٢٠

القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ٢٠ — الارتفاع = $\frac{٢٠}{٥}$ = ٤سم



**مثال**

شبه منحرف مساحته = ٣٠سم$^{٢}$ أرتفاعه = ٥سم طول أحدى قاعدتيه المتوازيتين = ٤سم أوجد طول القاعدة الاخرى

**الحـــل**

مساحته = ٣٠

القاعدة المتوسطة × الارتفاع = ٣٠

القاعدة المتوسطة × ٥ = ٣٠

القاعدة المتوسطة = $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦سم

بفرض أن القاعدة الاخرى = س

$\frac{١}{٢}$ (س + ٤) = ٦

س + ٤ = ١٢

س = ١٢ ـ ٤ = ٨ سم

## شبه المنحرف المتساوى الساقين

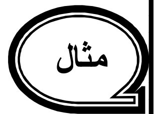
شبه منحرف ساقيه متساويان فى الطول

( أ ب = ء جـ )

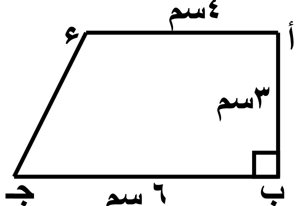
وخائصه هى

(١) زاويتا القاعدة فى شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان .

(٢) قطرا شبه المنحرف متطابق الساقين متطابقتان .




فى الشكل المقابل أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ ء




**الحـــل**

مساحته = $\frac{١}{٢}$ ( ٤ + ٦ ) × ٣ = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٣ = ٥ × ٣ =

| الشكل | محيطـــــه | مساحتـــــه |
|---|---|---|
| المستطيل | (الطول + العرض)×٢ | الطول × العرض |
| المربع | طول ضلعه × ٤ | طول الضلع × نفسه<br>= نصف مربع طول قطره |
| المثلث | مجموع أطوال أضلاعه | نصف القاعدة × الارتفاع |
| متوازى الاضلاع | ٢(مجموع ضلعين متجاورين) | طول القاعدة × الارتفاع |
| المعين | طول ضلعه × ٤ | = طول ضلعه × ارتفاعه<br>= نصف حاصل ضرب قطريه |
| شبه المنحرف | مجموع أطوال أضلاعه | القاعدة المتوسطة × الارتفاع |
| الدائرة | ٢ ط نق | ط نق$^٢$ |

س أختر الاجابة الصحيحة مما بين القوسين

(١) مستطيل طوله = ٥سم وعرضه = ٣سم يكون محيطه = ....... سم
( ١٥ – ٨ – ١٦ – ٦٤ )

(٢) مستطيل طوله = ٥سم وعرضه = ٣سم يكون مساحته = ....... سم$^٢$
( ١٥ – ٨ – ١٦ – ٦٤ )

(٣) مربع طول ضلعه = ٦سم يكون محيطه = .......... سم
( ٣٦ – ٧٢ – ٢٤ – ١٢ )

(٤) مربع طول ضلعه = ٦سم يكون مساحته = .......... سم
( ٣٦ – ٧٢ – ٢٤ – ١٢ )

(٥) مربع مساحته = ٦٤ سم$^٢$ يكون محيطه = ......... سم
( ٣٢ - ١٦ - ٢٤ - ٤٠ )

(٦) مربع مساحته = ٢٥ سم$^٢$ يكون محيطه = ......... سم
( ٣٢ - ١٦ - ٢٠ - ٤٠ )

(٧) مربع محيطه = ١٢ سم$^٢$ يكون مساحته = ......... سم$^٢$
( ١٢ - ٩ - ٢٤ - ٦ )



( ٨ ) مربع طول ضلعه = ٧ سم يكون محيطه = ........... سم
( ٢٨ - ٤٩ - ١٤ - ٢١ )

(٩) ) مربع طول ضلعه = ١٠ سم يكون مساحته= ........... سم$^٢$
( ٥ - ٢٠ - ٤٠ - ١٠٠ )

(١٠) مربع طول قطره = ١٠ سم تكون مساحته = ........... سم$^٢$
( ١٠٠ - ٥٠ - ٢٠ - ٢٠٠ )

(١١) مربع طول قطره ٥ √٢ يكون مساحته = ......... سم$^٢$
( ٢٥ - ٥٠ - ٧٥ - ١٠ √٢ )

(١٢) مربع مساحته = ١٨ سم$^٢$ يكون طول قطره = .......... سم
( ٦ - ٣٦ - ٩ - ٣ √٢ )

(١٣ ) ) مربع مساحته = ١٨ سم$^٢$ يكون طول ضلعه = .......... سم
( ٦ - ٣٦ - ٩ - ٣ √٢ )

(١٤ ) مربع طول قطره = ٥ √٢ يكون طول ضلعه = ........ سم
( ٥ - ١٠ - ٦ - ٥ √٢ )

(١٥ ) متوازى أضلاع طول قاعدته = ٥سم وارتفاعه = ١٠ سم تكون مساحته = ........... سم$^٢$ ( ١٥ - ٥٠ - ٢٥ - ١٠٠ )

(١٦ ) متوازى اضلاع مساحته = ٣٥ سم$^٢$ أرتفاعه = ٧سم تكون طول قاعدته = .......... سم ( ٥ - ١٠ - ١٤ - ٧٠ )

(١٧ ) متوازى أضلاع مساحته = ٣٦ سم$^٢$ طول قاعدته = ٩ سم يكون أرتفاعه = ........... سم ( ١٦ - ٨ - ٢٠ - ٤ )

(١٨ ) معين طولا قطريه ٨ سم ، ١٢ سم تكون مساحته تساوى ...... سم$^٢$
( ٥٠ - ٢٥ - ١٠٠ - ٤٨ )

(١٩ ) معين مساحته = ٢٨ سم طول احد قطريه = ٧سم فان طول قطره الاخر = ......... سم ( ٤ - ٨ - ١٦ - ١٤ )

(٢٠ ) معين طول قاعدته = ٥ سم وارتفاعه = ٦ سم تكون مساحته .........سم$^٢$ ( ١١ - ٣٠ - ١٥ - ٢٥ )

(٢١ ) معين مساحته = ٦٠ سم طول قاعدته = ١٠ سم يكون أرتفاعه = .......... سم ( ٦ - ١٢ - ٣ - ١٠ )

(٢٢) شبه منحرف طول قاعدته المتوسطة = ١٠سم أرتفاعه = ٣سم تكون مساحته = ...... سم$^٢$ ( ٣٠ - ١٣ - ١٠٠ - ٩ )

(٢٣ ) شبه منحرف مساحته = ٤٥ سم$^{2}$ طول قاعدته المتوسطه = ٩سم
يكون أرتفاعه = ....... سم ( ٥ - ٢٠ - ١٠ - ١٥ )

(٢٤ ) شبه منحرف مساحته = ٢٨ سم$^{2}$ ، ارتفاعه = ٤ سم تكون قاعدته
المتوسطة = ...... سم ( ١٤ - ٢١ - ٢٤ - ٤ )

(٢٥ ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين = ٣ سم ، ٧سم ، ارتفاعه
٤ سم تكون مساحته = .... سم$^{2}$ ( ٤٠ - ٢٠ - ١٢ - ٢٨ )

(٢٦ ) شبه منحرف مساحته = ٢٤ سم$^{2}$ طولا قاعدتيه المتوازيتين ٣ ، ١٣
يكون أرتفاعه = ...... سم ( ٨ - ٤ - ١٦ - ١٢ )

(٢٧ ) شبه منحرف طولا قاعدتيه المتوازيتين ٧سم ، ١٣ سم تكون قاعدته
المتوسطة = ...... سم ( ٢٠ - ٦ - ١٠ - ١٢ )

(٢٨ ) شبه منحرف طول احدى قاعدتيه المتوازيتين ٦ سم وطول قاعدته
المتوسطة = ١٠ سم تكون قاعدته الاخرى = ...... سم
( ١٤ – ٤ - ١٦ – ٢٠)

(٢٩) مربع محيطه = تساوى مساحته يكون طول ضلعه = ....... سم
(٥ - ٦ - ٤ - ٣ )



# عكس نظرية فيثاغورث

**إذا كان مجموع مساحتى سطحى المربعين المنشأين على ضلعين من أضلاع مثلث يساوى مساحة سطح المربع المنشأ على الضلع الثالث كانت الزاوية المقابلة لهذا الضلع**

لاثبات أن مثلث قائم الزاوية
نحدد أكبر الاضلاع طولا وليكن أ جـ
نوجد مربع طوله أى : ( أ جـ )$^{2}$
ثم نوجد مجموع مربعى الضلعين الاخرين
( أ ب )$^{2}$ + ( ب جـ )$^{2}$ فاذا كان
( أ جـ )$^{2}$ = ( أ ب )$^{2}$ + ( ب جـ )$^{2}$ كان المثلث قائم الزاوية فى ب

**مثال**

بين أيا من المثلثات الاتية قائم وايها غير قائمة
( ١ ) أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٧ سم ، أ جـ = ٨ سم

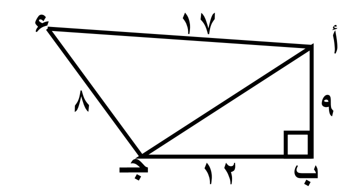
**الحـــل**

( أ جـ )$^{2}$ = ( ٨ )$^{2}$ = ٦٤
( أ ب )$^{2}$ + ( ب جـ )$^{2}$ = (٥)$^{2}$ + ( ٧ )$^{2}$ = ٢٥ + ٤٩ = ٧٤
( أ جـ )$^{2}$ ≠ ( أ ب )$^{2}$ + ( ب جـ )$^{2}$ أ ب جـ غير قائم الزاوية
**************************

(٢) س ص =١٧ ص ع = ١٥ س ع = ٨
(س ص )$^{2}$ = ( ١٧ )$^{2}$ = ٢٨٩
(س ع )$^{2}$ + (ص ع )$^{2}$ = ( ٨ )$^{2}$ + (١٥)$^{2}$ = ٦٤ +٢٢٥ = ٢٨٩
(س ص )$^{2}$ = (س ع )$^{2}$ + (ص ع )$^{2}$ [ س ص ع قائم الزاوية ]

**مثال**

فى الشكل المقابل
إثبت أن ق ( أ جـ ء ) = ٩٠
واوجد مساحة الشكل أ ب جـ ء




**الحـــل**

Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

(أ جـ)$^{٢}$ = ( أ ب )$^{٢}$ + ( ب جـ )$^{٢}$ = (٩)$^{٢}$ + ( ١٢ )$^{٢}$ = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

أ جـ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

فى Δ أ جـ ء

( أ ء )$^{٢}$ = ( ١٧ )$^{٢}$ = ٢٨٩

( أ جـ )$^{٢}$ + ( جـ ء )$^{٢}$ = ( ١٥ )$^{٢}$ + ( ٨ )$^{٢}$ = ٢٢٥ + ٦٤ = ٢٨٩

( أ ء )$^{٢}$ = ( أ جـ )$^{٢}$ + ( جـ ء )$^{٢}$

Δ أ جـ ء قائم الزاوية فى جـ ق ( أ جـ ء ) = ٩٠

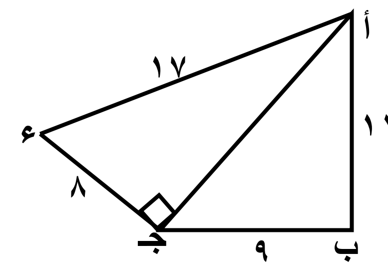
مساحة الشكل أ ب جـ ء = مساحة Δ أ ب جـ + مساحة Δ أ جـ ء

= $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٩ + $\frac{١}{٢}$ × ١٥ × ٨

= ٥٤ + ٦٠ = ١١٤

**مثال**

فى الشكل المقابل
برهن أن
ق ( ب ) = ٩٠




**الحـــل**

أ جـ ء قائم الزاوية فى جـ

(أ جـ)$^{٢}$ = ( أ ء )$^{٢}$ ـ ( ء جـ )$^{٢}$ = (١٧ )$^{٢}$ ـ ( ٨ )$^{٢}$ = ٢٨٩ ـ ٦٤ = ٢٢٥

أ جـ = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

فى أ ب جـ

( أ جـ )$^{٢}$ = ٢٢٥

(أ ب)$^{٢}$ + ( ب جـ)$^{٢}$ = (١٢)$^{٢}$ + ( ٩ )$^{٢}$ = ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥

( أ جـ)$^{٢}$ = ( أ ب )$^{٢}$ + ( ب جـ )$^{٢}$ ق ( ب ) = ٩٠°



## تمارين على عكس نظرية فيثاغورث

**١** بين أيا من المثلثات الاتية قائم الزاوية

(١) Δ أ ب جـ فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، أ جـ = ١٢سم

( ٢) Δ أ ب جـ فيه أ ب = ٦سم ، ب جـ = ١٠سم ، أ جـ = ٨ سم

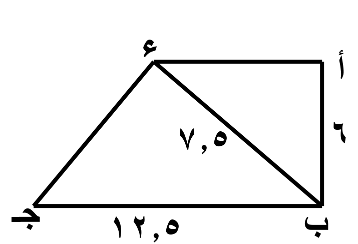
(٣) Δ أ ب جـ فيه أ ب = ١٥سم ، ب جـ = ٩ سم ، أ جـ = ١٢سم

(٤) Δ أ ب جـ فيه أ ب = ٧سم ، ب جـ = ١٠سم ، أ جـ = ١٣سم

(٥) Δ أ ب جـ فيه أ ب = ١٦سم ، ب جـ = ١٢سم ، أ جـ = ٢٠سم

*********************************************

**٢** فى الشكل المقابل
أ ب جـ ء شبه منحرف فيه
أ ء // ب جـ ، ق( أ ) = ٩٠
أ ب = ٦سم ، ب ء = ٧,٥سم
ب جـ = ١٢,٥ أوجد

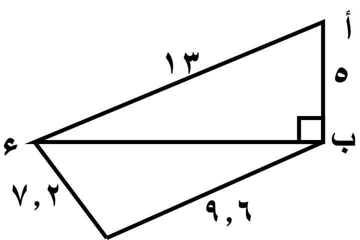



(١) أ ء ، ء جـ

(٢) إثبت أن ق(ب ء جـ) = ٩٠

*********************************************

**٣** فى الشكل المقابل
أوجد




(١) طول ب ء

(٢) إثبت أن ق ( ب جـ ء ) = ٩٠

(٣) أوجد طول مسقط ب جـ على ب ء

**(٤)** فى الشكل المقابل

ق( ء ) = ٩٠ ، ق ( أ جـ ء) = ٣٠

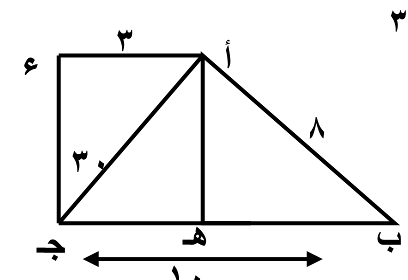
أ ء = ٣سم ، أ هـ ⊥ ب جـ

أ ب = ٨ سم ، ب جـ = ١٠سم

(١) أوجد طول أ جـ

(٢) إثبت أن ق ( ب أ جـ) = ٩٠

(٣) أحسب طول مسقط أ ب على أ هـ




*************************************************

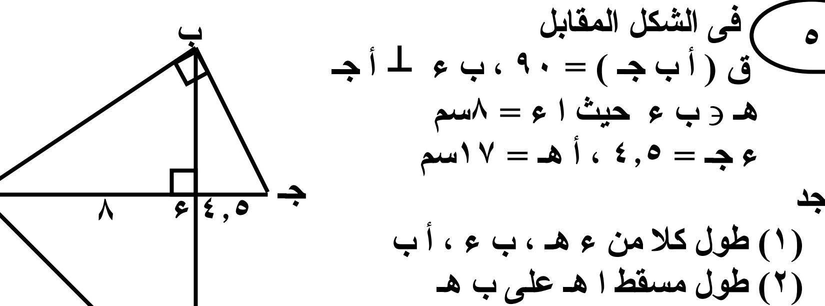
**(٥)** فى الشكل المقابل

ق ( أ ب جـ ) = ٩٠ ، ب ء ⊥ أ جـ

هـ ∋ ب ء حيث ا ء = ٨سم

ء جـ = ٤,٥ ، أ هـ = ١٧سم

أوجد




(١) طول كلا من ء هـ ، ب ء ، أ ب

(٢) طول مسقط ا هـ على ب هـ



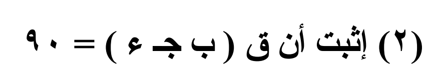
(٣) هل ق( ب أ جـ) = ٩٠

*************************************************

**(٦)** فى الشكل المقابل

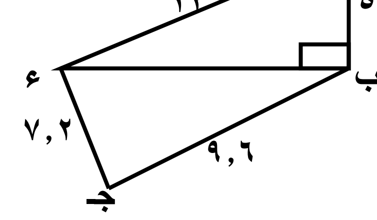


(١) أوجد طول ب ء



(٢) إثبت أن ق ( ب جـ ء ) = ٩٠

(٣) أوجد طول مسقط ب ء على أ ء






**(٧)** أ ب جـ ء مثلث فيه ب جـ = ٢٥سم ، أ جـ = ١٥سم ، ء منتصف أ ب ، هـ هى مسقط ء على ب جـ ، ء هـ = ٦سم إثبت أن ق ( ب أ جـ ) = ٩٠°

*************************************************

**(٨)** أ ب جـ مثلث فيه أ ب = ٧سم ، ب جـ = ٢٤ سم ، ب ء متوسط فى المثلث أ ب جـ فاذا كان ب ء = ١٢,٥ سم ، إثبت ان ق ( أ ب جـ ) = ٩٠ وأوجد طول أ جـ

*************************************************

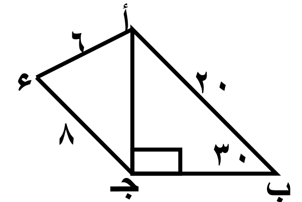
**(٩)** فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء شكل رباعى فيه

ق(ب) = ٣٠ ، ق ( أ جـ ب) = ٩٠

أ ء = ٦سم ، جـ ء = ٨سم

إثبت أن ق ( أ ء جـ ) = ٩٠°




*************************************************

**(١٠)** أ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه أ ب = أ جـ ، أ ء ب جـ ، هـ ∋ ب جـ ، هـ ∋ ب جـ بحيث كان أ ء = ١٢سم ، ب جـ = ١٨ سم ، أ هـ = ٢٠ سم إثبت ان ق ( ب أ هـ ) = ٩٠

*************************************************

**(١١)** أ ب جـ مثلث فيه أ ء ⊥ ب جـ يقطعه فى ء ، أ ء = ٦ سم ، ب ء = ٣سم ، جـ ء = ١٢ سم ، إثبـ أن ق ( ب أ جـ ) = ٩٠

*************************************************

**(١٢)** فى الشكل المقابل

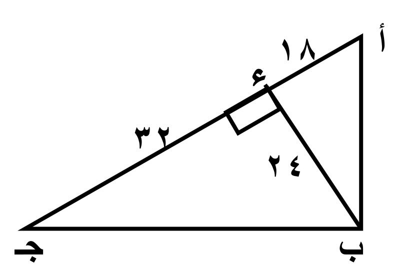
أ ب جـ فيه ب ء ⊥ أ جـ

، أ ء = ١٨ سم ، ء جـ = ٣٢ سم

ب ء = ٢٤ سم أثبت أن

(١) ق ( أ ب جـ ) = ٩٠°

(٢) $\frac{\text{مساحة } \triangle \text{أ ب ء}}{\text{مساحة } \triangle \text{ء ب جـ}} = \frac{٩}{١٦}$



**١٣** فى الشكل المقابل

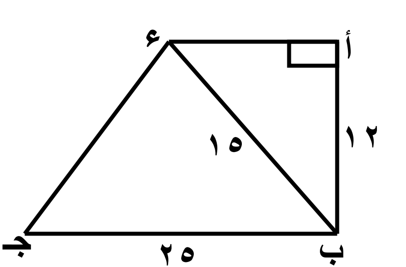
( ١ ) إثبت أن أ جـ = ٢٥

( ٢ ) إثبت أن ق ( أ ء جـ ) = ٩٠

(٣) أوجد طول مسقط ء جـ على أ جـ

**************************************************

**١٤** فى الشكل المقابل




أ ب جـ ء شبه منحرف فيه

أ ء // ب جـ ، ق ( أ ) = ٩٠

أ ب = ١٢سم ، ب ء = ١٥سم

ب جـ = ٢٥ سم

(١) أوجد طول أ ء ، ء جـ

(٢) اوجد طول مسقط ء جـ على ب جـ

(٣) اوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ ء

(٤) برهن أن ق ( ب ء جـ ) = ٩٠°



# التشابه

**تعريف التطابق :-**

يقال لمضلعين $م_1$ ، $م_2$ أنهما متطابقان إذا تحقق الشرطان معاً

١- قياسات الزوايا المتناظرة متساوية

٢- أطوال أضلاع المتناظرة متساوية

ويكتب $م_1 \equiv م_2$

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**تعريف التشابه :-**

يقال لمضلعين $م_1$ ، $م_2$ أنهما متشابهان إذا تحقق الشرطان معاً

١- قياسات الزوايا المتناظرة متساوية

٢- أطوال أضلاع المتناظرة متناسبة

ويكتب $م_1 \sim م_2$

@-------------------------------------------------------------@

**ملاحظات هامة :-**

(١) لاثبات تشابه مثلثين يكتفى فقط بأثبات تحقق أحد الشرطين

١- قياسات الزوايا المتناظرة متساوية

٢- أطوال أضلاع المتناظرة متناسبة

(٢) يجب ترتيب رؤوس المضلعين المتشابهين على حسب تساوى قياسات الزوايا

فمثلا إذا كان

ق( أ ) = ق ( س ) ، ق ( ب ) = ق( ص ) ، ق (جـ) = ق ( ع )

فإنه يقال أن

△أ ب جـ ~ △س ص ع أو △أ جـ ب ~ △ س ع ص

أو △ب جـ أ ~ △ ص ع س وهكذا

(٣) إذا كان △أ ب جـ ~ △س ص ع فإن

* ق( أ ) = ق ( س ) ، ق ( ب ) = ق( ص ) ، ق (جـ) = ق ( ع )

* $\frac{أ ب}{س ص} = \frac{ب جـ}{ص ع} = \frac{أ جـ}{س ع}$

**(٤) المضلعان المشابهان لثالث يكونان متشابهان**

**إذا كان م١ ~ م٣ ، م٢ ~ م٣ فإن م١ ~ م٢**

**(٥) المضلعان المتطابقان متشابهان والعكس غير صحيح**

**(٦) أى مضلعين منتظمين ( لهما نفس العدد من الاضلاع ) متشابهان**

**المضلع المنتظم : هو مضلع جميع أضلاعه متساوية فى الطول وزواياه متساوية فى القياس مثل المثلث المتساوى الاضلاع والمربع والخماسى المنتظم والسداسى المنتظم وهكذا**

- **جميع المثلثات المتساوية الاضلاع متشابهة**
- **جميع المربعات متشابهة**
- **جميع الخماسيات المنتظمة متشابهة**
- **جميع السداسيات المنتظمة متشابهة**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

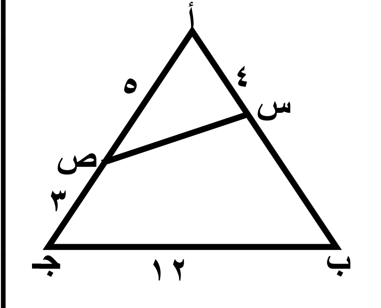
**مثال** فى الشكل المقابل

إذا كان

△أ س ص ~ △أ جـ ب

أوجد طول

س ب ، س ص




**الحـــــــل**

△أ س ص ~ △أ جـ ب

$\frac{أ\ س}{أ\ جـ} = \frac{س\ ص}{جـ\ ب} = \frac{أ\ ص}{أ\ ب}$

$\frac{٤}{٨} = \frac{س\ ص}{١٢} = \frac{٥}{أ\ ب}$

$س\ ص = \frac{٤ \times ١٢}{٨} = ٦$ سم ،، $أ\ ب = \frac{٥ \times ٨}{٤} = ١٠$ سم



**مثال** فى الشكل المقابل

إذا كان

△ب س ص ~ △ب جـ أ

أوجد طول

أ س ، ، ص جـ

**الحـــــــل**

△ب س ص ~ △ب جـ أ

$\frac{ب\ س}{ب\ جـ} = \frac{س\ ص}{جـ\ أ} = \frac{ب\ ص}{ب\ أ}$

$\frac{٥}{ب\ جـ} = \frac{٦}{١٨} = \frac{٤}{ب\ أ}$

$ب\ جـ = \frac{٥ \times ١٨}{٦} = ١٥$ سم ‖ $أ\ ب = \frac{١٨ \times ٤}{٦} = ١٢$ سم

ص جـ = ١٥ − ٤ = ١١ سم ‖ أ س = ١٢ − ٥ = ٧ سم

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

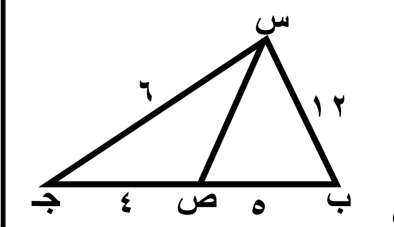
**مثال** فى الشكل المقابل

إذا كان

△ جـ س ص ~ △ جـ ب أ

أوجد طول

س ب




**الحـــــــل**

△ جـ س ص ~ △ جـ ب س

$\frac{جـ\ س}{جـ\ ب} = \frac{س\ ص}{ب\ س} = \frac{جـ\ ص}{جـ\ س}$

$\frac{٦}{٩} = \frac{س\ ص}{١٢} = \frac{٤}{٦}$

$س\ ص = \frac{٦ \times ١٢}{٩} = ٨$ سم

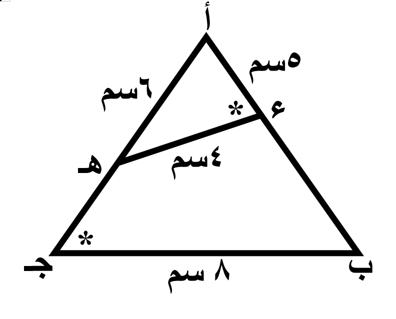
**مثال**

فى الشكل المقابل

ق ( أ ء هـ ) = ق ( جـ )

إثبت أن △ أ ء هـ ~ △ أ جـ ب

أوجد طول ء ب ، هـ جـ




**الحـــــــل**

△△ أ ء هـ ، أ ب جـ

فيهما:
- أ زاوية مشتركة
- ق( أ ء هـ ) = ق ( جـ )
- ∴ ق ( أ هـ ء ) = ق ( ب )

∴ △ أ ء هـ ~ △ أ جـ ب

أ ء / أ جـ = ء هـ / جـ ب = أ هـ / أ ب

٥ / أ جـ = ٤ / ٨ = ٦ / أ ب

أ جـ = (٨ × ٥) / ٤ = ١٠سم

هـ جـ = ١٠ ـ ٦ = ٤سم

أ ب = (٨ × ٦) / ٤ = ١٢سم

ء ب = ١٢ ـ ٥ = ٧ سم

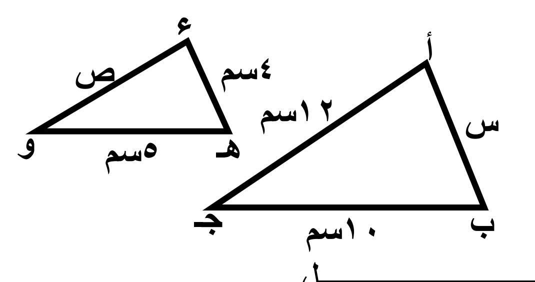
@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**مثال**

فى الشكل المقابل

△ أ ب جـ ~ △ ء هـ و

أوجد قيمتى س ، ص




**الحـــــــل**

△ أ ب جـ ~ △ ء هـ و

أ ب / ء هـ = ب جـ / هـ و = أ جـ / ء و

س / ٤ = ١٠ / ٥ = ١٢ / ص

س = (٤ × ١٠) / ٥ = ٨ سم

ص = (٥ × ١٢) / ١٠ = ٦ سم



# تمارين على التشابه

**س أكمل العبارات الاتية**

١- المضلعان المشابهان لثالث يكونان ..............

٢- المضلعان المتطابقان يكونان .............

٣- أى مضلعين ................ لهما نفس العدد من ............ متشابهان

٤- إذا كانت نسبة التكبير = ١ فإن المضلعان يكونان ..............

٥- مثلث قياس زاويتين فيه ٧٠ ْ ، ٥٠ ْ ومثلث أخر قياس زاويتين فيه ٧٠ ْ ، ٦٠ ْ فإنهما يكونان ..............................

٦- ............... المثلثات المتساوية الاضلاع تكون متشابهة

٧- ............... المربعات متطابقة

٨- ............... المستطيلات متطابقة

٩- شروط تطابق مضلعين هى

- ........................................................................................

- ........................................................................................

١٠- شروط تشابه مضلعين هى

- ........................................................................................

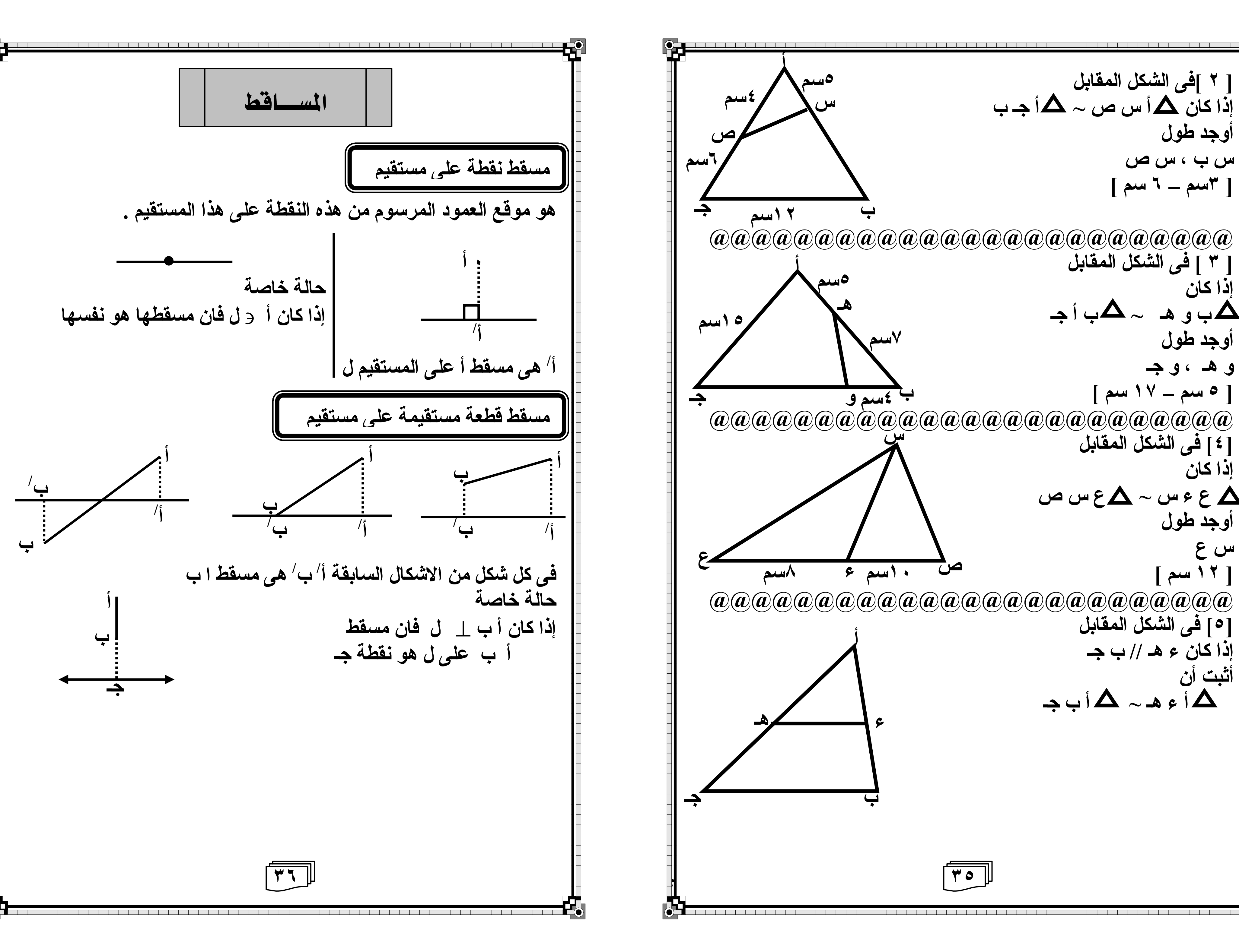
- ........................................................................................

١١- إذا كان المضلعان متطابقان فإن نسبة التكبير = ...........

١٢- مثلثان متشابهان أطوال أضلاع أحدهما ٣ سم ، ٥ سم ، ٧سم ومحيط المثلث الاخر = ٣٠ سم فإن أطوال أضلاع المثلث الاخر هى .......... سم ، ......... سم ، .......... سم

١٣- إذا كان س ص ع ~ ء هـ و بحيث كان ق (س) = ٥٠ ْ ، ق ( هـ ) = ٦٠ ْ فإن

(١) ق ( ء ) = .......... ، ق (ص ) = .......... ، ق ( ع ) = .......... ، ق ( و ) = ..........



**[ ٢ ]في الشكل المقابل**
**إذا كان △أ س ص ~ △أ جـ ب**
**أوجد طول**
**س ب ، س ص**
**[ ٣سم – ٦ سم ]**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[ ٣ ] في الشكل المقابل**
**إذا كان**
**△ب و هـ ~ △ب أ جـ**
**أوجد طول**
**و هـ ، و جـ**
**[ ٥ سم – ١٧ سم ]**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٤] في الشكل المقابل**
**إذا كان**
**△ ع ء س ~ △ع س ص**
**أوجد طول**
**س ع**
**[ ١٢ سم ]**

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**[٥] في الشكل المقابل**
**إذا كان ء هـ // ب جـ**
**أثبت أن**
**△أ ء هـ ~ △أ ب جـ**



# المســاقط

## مسقط نقطة على مستقيم

**هو موقع العمود المرسوم من هذه النقطة على هذا المستقيم .**

**أ/ هي مسقط أ على المستقيم ل**

**حالة خاصة**
**إذا كان أ ∈ ل فان مسقطها هو نفسها**

## مسقط قطعة مستقيمة على مستقيم

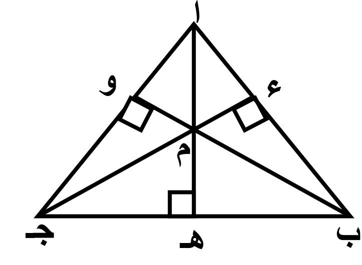
**في كل شكل من الاشكال السابقة أ/ ب/ هي مسقط ا ب**
**حالة خاصة**
**إذا كان أ ب ⊥ ل فان مسقط**
**أ ب على ل هو نقطة جـ**

**أكمل الجدول الاتى**

| المساقط | | | |
|---|---|---|---|
| مسقط أ ب على ب جـ | .......... | .......... | .......... |
| مسقط أ جـ على ب جـ | .......... | .......... | .......... |
| مسقط ب جـ على أ ب | .......... | .......... | .......... |
| مسقط أ جـ على أ ب | .......... | .......... | .......... |

**مثال**

**فى الشكل المقابل أكمل**




(١) مسقط أ ب على ب جـ هو ............

(٢) مسقط ب جـ على أ جـ هو ............

(٣) مسقط أ جـ على أ جـ هو ............

(٤) مسقط ب جـ على أ جـ هو ............

(٥) مسقط أ ب على أ جـ هو ............

(٦) مسقط ب م على ب جـ هو ............

(٧) مسقط جـ م على أ ب هو ............

(٨) مسقط أ م على ب جـ هو ............

(٩) مسقط م ء على أ ب هو ............

(١٠) مسقط أ ب على أ هـ هو ............

(١١) مسقط أ جـ على ء جـ هو ............

(١٢) مسقط أ هـ على ب جـ هو ............

(١٤) مسقط جـ ء على أ ب هو ............

(١٥) مسقط ب و على أ جـ هو ............

(١٦) مسقط ب م على أ جـ هو ............



**مثال**

**فى الشكل المقابل**

أ ء ⊥ ء جـ ، ب ء = ٦سم

ق( أ ب جـ ) = ١٣٥° أكمل



( أ ) مساحة △ أ ب جـ = ............

(ب) مسقط أ ب على ب جـ هو ..........

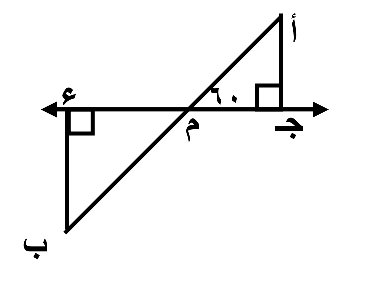
(جـ) طول مسقط أ جـ على ب جـ هو ..........

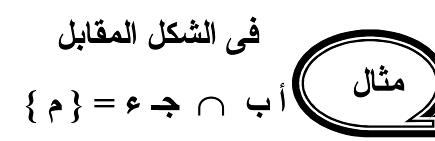
( ء ) مسقط ب جـ على أ ء هو ..............

( هـ ) طول مسقط أ ب على أ ء = ...............

**مثال**

**فى الشكل المقابل**



أ ب ∩ جـ ء = { م }

أ جـ ⊥ جـ ء ، ب ء ⊥ جـ ء

أ م = ٦سم ، أ ب = ١٠سم

ق( أ م جـ ) = ٦٠° أكمل

(١) مسقط أ ب على جـ ء هو .......... وطوله = .......... سم

(٢) طول مسقط أ جـ على جـ ء هو = ..........

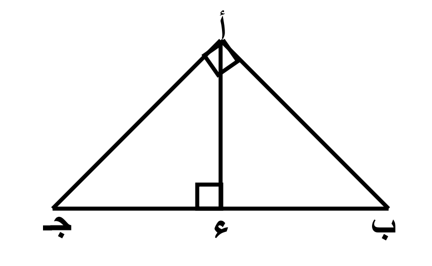
(٣) مسقط ب جـ على جـ ء هو .......... وطوله = .......... سم

# نظرية إقليدس

**مساحة سطح المربع المنشا على أحد ضلعى القائمة فى المثلث القائم الزاوية يساوى مساحة المستطيل الذى بعداه طول مسقط هذا الضلع على الوتر وطول الوتر**

فى الشكل المقابل

ق (أ) = ٩٠° ، أ ء ⊥ ب جـ




(أ ب)$^{٢}$ = ب ء × ب جـ

(أ جـ)$^{٢}$ = جـ ء × جـ ب

(أ ء)$^{٢}$ = ب ء × ء جـ

أ ء × ب جـ = أ ب × أ جـ

---

**مثال**

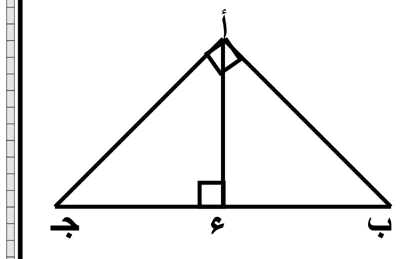
فى الشكل المقابل

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ

أ ء ⊥ ب جـ ، أ ب = ٦ سم

أ جـ = ٨سم أحسب طول كلا من

ب ء ، ء جـ ، أ ء




**الحـــل**

فى △ أ ب جـ

(ب جـ)$^{٢}$ = (أ ب)$^{٢}$ + (أ جـ)$^{٢}$ = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

ب جـ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ سم



(أ ب)$^{٢}$ = ب ء × ب جـ ⟸ (٦)$^{٢}$ = ب ء × ١٠

٣٦ = ١٠ ب ء ⟸ ب ء = $\frac{٣٦}{١٠}$ = ٣,٦

(أ جـ)$^{٢}$ = جـ ء × ب جـ ⟸ (٨)$^{٢}$ = جـ ء × ١٠

٦٤ = ١٠ جـ ء ⟸ ب ء = $\frac{٦٤}{١٠}$ = ٦,٤

أ ء × ب جـ = أ ب × أ جـ ⟸ أ ء × ١٠ = ٦ × ٨

١٠ أ ء = ٤٨ ⟸ أ ء = $\frac{٤٨}{١٠}$ = ٤,٨

---

**مثال**

فى الشكل المقابل

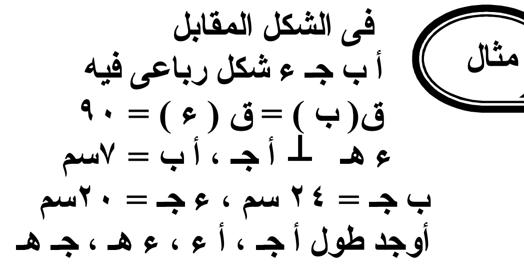
أ ب جـ ء شكل رباعى فيه

ق(ب) = ق (ء) = ٩٠

ء هـ ⊥ أ جـ ، أ ب = ٧سم

ب جـ = ٢٤ سم ، ء جـ = ٢٠سم

أوجد طول أ جـ ، أ ء ، ء هـ ، جـ هـ







△ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

(أ جـ)$^{٢}$ = (أ ب)$^{٢}$ + (ب جـ)$^{٢}$ = ٤٩ + ٥٧٦ = ٦٢٥

أ جـ = $\sqrt{٦٢٥}$ = ٢٥ سم

△ أ ء جـ قائم الزاوية فى ء ، ء هـ ⊥ أ جـ

(أ ء)$^{٢}$ = (أ جـ)$^{٢}$ − (جـ ء)$^{٢}$ = (٢٥)$^{٢}$ − (٢٠)$^{٢}$ = ٦٢٥ − ٤٠٠ = ٢٢٥

أ ء = $\sqrt{٢٢٥}$ = ١٥ سم

أ ء × ء جـ = أ جـ × ء هـ

١٥ × ٢٠ = ٢٥ × ء هـ

ء هـ = $\frac{١٥ \times ٢٠}{٢٥}$ = ١٢سم

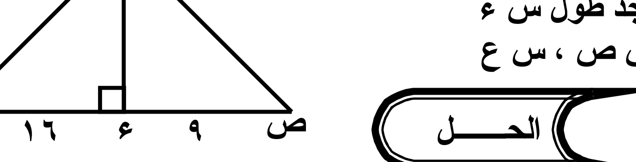
(جـ ء)$^{٢}$ = جـ هـ × جـ أ

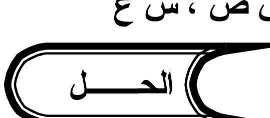
(٢٠)$^{٢}$ = جـ هـ × ٢٥

جـ هـ = $\frac{٤٠٠}{٢٥}$ = ١٦ سم

مثال

في الشكل المقابل
أوجد طول س ء
، س ص ، س ع




ق (س) = ٩٠ ، س ء ⊥ ص ع

(س ص)$^{٢}$ = ص ء × ص ع = ٩ × ٢٥ = ٢٢٥

س ص = √٢٢٥ = ٢٥ سم

(س ع)$^{٢}$ = ع ء × ع ص = ١٦ × ٢٥ = ٤٠٠

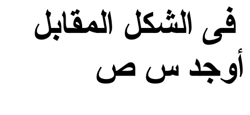
س ع = √٤٠٠ = ٢٠ سم

(س ء)$^{٢}$ = ص ء × ء ع = ٩ × ١٦ = ١٤٤

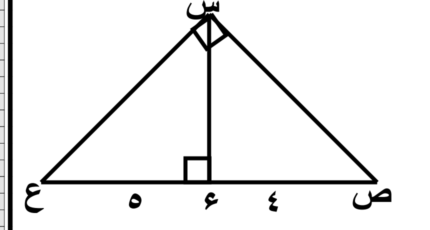
س ء = √١٤٤ = ١٢ سم

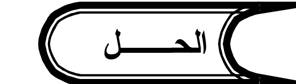
---

مثال



في الشكل المقابل
أوجد س ص




ق (س) = ٩٠ س ء ⊥ ص ع

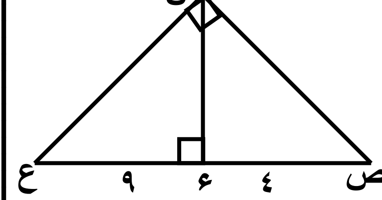
(س ص)$^{٢}$ = ص ء × ص ع = ٤ × ٩ = ٣٦

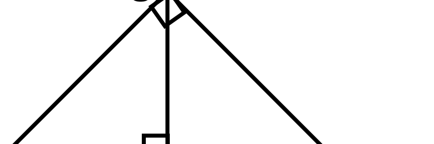
س ص = √٣٦ = ٦ سم

---

مثال

في الشكل المقابل
أوجد س ء





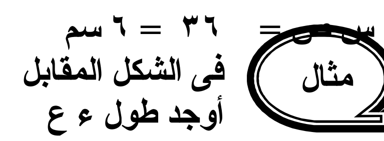

ق (س) = ٩٠ س ء ⊥ ص ع

(س ء)$^{٢}$ = ص ء × ء ع = ٤ × ٩ = ٣٦

√

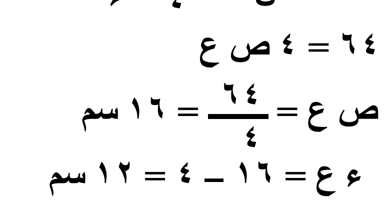


س ص = √٣٦ = ٦ سم



مثال

في الشكل المقابل
أوجد طول ء ع







ق (س) = ٩٠ ، س ء ⊥ ص ع

(س ص)$^{٢}$ = ص ء × ص ع

(٨)$^{٢}$ = ٤ × ص ع

٦٤ = ٤ ص ع

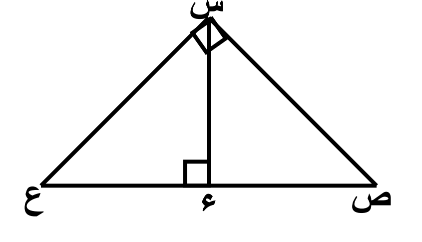
ص ع = $\frac{٦٤}{٤}$ = ١٦ سم

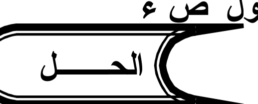
ء ع = ١٦ ـ ٤ = ١٢ سم

---

مثال

في الشكل المقابل
إذا كان س ص = ١٢سم
، ص ع = ١٨ سم أوجد
طول ص ء




ق (س) = ٩٠ ، س ء ⊥ ص ع

(س ص)$^{٢}$ = ص ء × ص ع

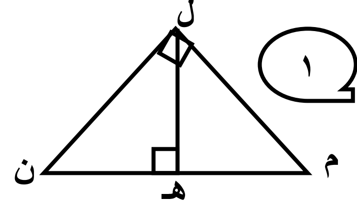
(١٢)$^{٢}$ = ص ء × ١٨

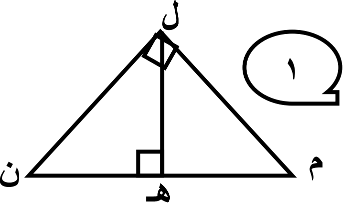
١٤٤ = ١٨ ص ء

ص ع = $\frac{١٤٤}{١٨}$ = ٨ سم




**١**





**من الشكل السابق اكمل**

(١) (ل م )$^{٢}$ = ...... × ........

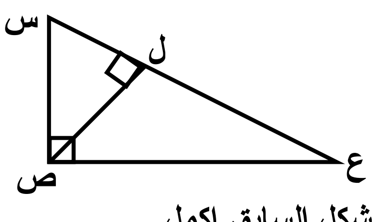
(٢) (ل م )$^{٢}$ = ....... - .........

(٣) (ل م )$^{٢}$ = ....... + .......

(٤) (ل هـ)$^{٢}$ = ....... × ........

(٥) (ل هـ)$^{٢}$ = ( ل م)$^{٢}$ - .......

(٦) ل هـ = $\frac{......... \times .........}{...........}$




**من الشكل السابق اكمل**

(١) (ص ع)$^{٢}$ = ......... × .........

(٢) (ص ع)$^{٢}$ = .......... - ..........

(٣) (ص ع )$^{٢}$ = ........ + .........

(٤) س ص × ص ع = ...... × .....

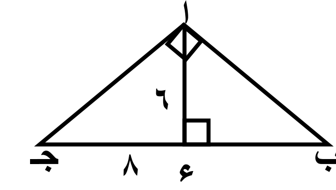
(٥) (ص ل)$^{٢}$ = .......... × ..........

(٦) (ص س)$^{٢}$ = ........ × .........

************************************************************

**٢**

**فى الشكل المقابل**
ق( ب أ جـ) = ٩٠ ،
أ ء ⊥ ب جـ ، أ ء = ٦سم
ء جـ = ٨سم أوجد طول
أ جـ ، ب ء




************************************************************

**٣**

**فى الشكل المقابل**
**أوجد مع البرهان**

(١) طول مسقط س ص على س ع

(٢) طول ص ل



**٤**

**فى الشكل المقابل**
أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى أ
أ ء ⊥ ب جـ ، ب ء = ٩سم
طول مسقط أ جـ على ب جـ = ١٦سم
أوجد طول أ ب ، أ جـ ، أ ء

************************************************************

**٥**

**فى الشكل المقابل**
**أوجد**

(١) طول ب جـ

(٢) طول أ و

(٣) طول مسقط أ ب على ب جـ

************************************************************

**٦**

**فى الشكل المقابل**

**أوجد**

(١) طول ء جـ

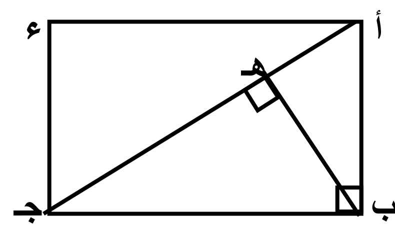
(٢) أوجد طول مسقط ء جـ على أ جـ

(٣) أوجد مساحة الشكل أ ب جـ ء

************************************************************

**٧**

**فى الشكل المقابل**
أ ب جـ ء مستطيل مساحته ٤٨سم$^{٢}$
أ ب = ٦ سم ، ب هـ ⊥ أ جـ




**أوجد**

(١) طول القطر أ جـ

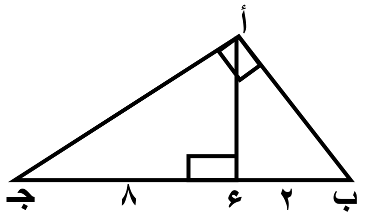
(٢) طول مسقط أ ب على أ جـ

(٣) طول مسقط أ ء على أ جـ

٨ فى الشكل المقابل
أ ب جـ ء متوازى الاضلاع
أوجد مساحة سطحه ثم أوجد
طول ء هـ ، هـ جـ

*******************************************

٩ فى الشكل المقابل




( أ ب )$^{٢}$ = ........ + ........

( أ ء )$^{٢}$ = ......... × ........

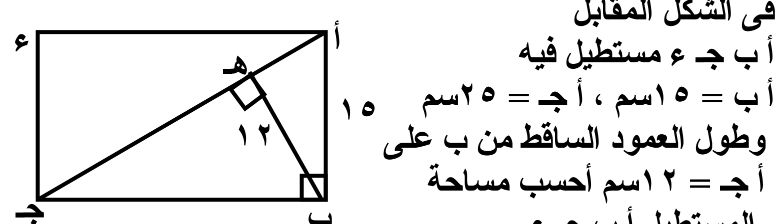
إذا كان ب ء = ٨ سم ، ء جـ = ٢ سم

فان أ ء = ....... سم ،

مساحة △ أ ب جـ = ....... سم$^{٢}$

*******************************************

١٠ فى الشكل المقابل




أ ب جـ ء مستطيل فيه
أ ب = ١٥سم ، أ جـ = ٢٥سم
وطول العمود الساقط من ب على
أ جـ = ١٢سم أحسب مساحة
المستطيل أ ب جـ ء



## التعرف نوع مثلث بالنسبة لزواياه ( بمعلومية أضلاعه )

لمعرفة نوع مثلث بالنسبة لزوايا نوجد اضلاعه الثلاثة أ ب ، ب جـ ، أ جـ وبفرض أن أ جـ هو أكبر الاضلاع طولا فاذا كان

( أ جـ)$^{٢}$ = ( أ ب )$^{٢}$ + ( ب جـ)$^{٢}$ [ يكون المثلث قائم الزاوية فى ب ]

( أ جـ)$^{٢}$ > ( أ ب )$^{٢}$ + ( ب جـ)$^{٢}$ [ يكون المثلث منفرج الزاوية فى ب ]

( أ جـ)$^{٢}$ < ( أ ب )$^{٢}$ + ( ب جـ)$^{٢}$ [ يكون المثلث حاد الزوايا ]

مثال حدد نوع المثلث فى الحالات الاتية

(١) أ جـ = ٥ ب جـ = ٧ سم أ ب = ١٠ سم

الحـــل

( أ ب )$^{٢}$ = ( ١٠ )$^{٢}$ = ١٠٠

( أ جـ)$^{٢}$ + ( ب جـ )$^{٢}$ = ( ٥ )$^{٢}$ + ( ٧ )$^{٢}$ = ٢٥ +٤٩ = ٧٤

( أ ب )$^{٢}$ > ( أ جـ )$^{٢}$ + ( ب جـ )$^{٢}$ [ المثلث منفرج الزاوية فى جـ ]

**************************

(٢) س ص = ٤سم ص ع = ٦ سم س ع = ٥ سم

الحـــل

(ص ع )$^{٢}$ = ( ٦ )$^{٢}$ = ٣٦

(س ص )$^{٢}$ + (س ع )$^{٢}$ = ( ٤ )$^{٢}$ + ( ٥ )$^{٢}$ = ١٦ + ٢٥ = ٤١

(ص ع )$^{٢}$ < (س ص )$^{٢}$ + (س ع )$^{٢}$ [ المثلث حاد الزوايا ]

**************************

(٣) ل م = ٤٠ سم م ن = ٤١سم ل ن = ٩سم

الحـــل

(م ن )$^{٢}$ = ( ٤١ )$^{٢}$ = ١٦٨١

(ل م )$^{٢}$ +(ل ن )$^{٢}$ = ( ٤٠)$^{٢}$ + ( ٩ )$^{٢}$ = ١٦٠٠ + ٨١ = ١٦٨١

(م ن)$^{٢}$ = (ل م )$^{٢}$ + (ل ن )$^{٢}$ [ المثلث قائم الزاوية ]

## تمارين التعرف على نوع المثلث بالنسبة لزواياه

**١** حدد نوع زاوية أ فى المثلث أ ب جـ الذى أطوال أضلاعه

| | | |
|---|---|---|
| ( أ ) أ ب = ١٢سم | ب جـ = ١٥سم | أ جـ = ٩ سم |
| ( ب ) أ ب = ٢٠سم | ب جـ = ٢٥سم | أ جـ = ١٢سم |
| ( جـ ) أ ب = ٨ سم | ب جـ = ١٠سم | أ جـ = ٧ سم |
| ( ء ) أ ب = ٣ سم | ب جـ = ٥سم | أ جـ = ٦ سم |
| ( هـ ) أ ب = ١٢سم | ب جـ = ١٦سم | أ جـ = ٢٠ سم |

************************************************

**٢** أكمل لتحصل على عبارة صحيحة

( أ ) فى △ أ ب جـ إذا كان ( أ ب )$^{٢}$ > ( أ جـ)$^{٢}$ + ( ب جـ)$^{٢}$ فان ب .........

(ب) فى △ أ ب جـ إذا كان ( أ ب )$^{٢}$ = ( أ جـ)$^{٢}$ + ( ب جـ)$^{٢}$ فان ب ..........

(جـ) فى △ أ ب جـ إذا كان ( أ ب )$^{٢}$ < ( أ جـ)$^{٢}$ + ( ب جـ)$^{٢}$ فان ب ..........

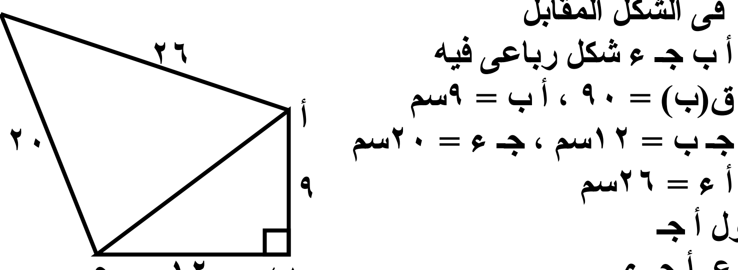
( ء ) إذا كان المثلث حاد الزوايا فان مساحة المربع المنشأ على اى ضلع من أضلاعه ............. من مجموع مساحتى المربعين المنشاين على الضلعين الاخرين

( هـ ) إذا كان المثلث منفرج الزاوية فان مساحة المربع المنشأ الضلع المقابل للزاوية المنفرجة ............. من مجموع مساحتى المربعين المنشاين على الضلعين الاخرين

( و ) المثلث الذى أطوال أضلاعه ١٣سم ، ١٤سم ، ١٥ سم يكون .........

@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@

**٣** فى الشكل المقابل




أ ب جـ ء شكل رباعى فيه

ق(ب) = ٩٠ ، أ ب = ٩سم

جـ ب = ١٢سم ، جـ ء = ٢٠سم

أ ء = ٢٦سم

(أ) أوجد طول أ جـ

(ب) حدد نوع أ جـ ء



**٤** فى الشكل المقابل

أ جـ ء شه منحرف فيه

أ ء // ب جـ ، ق( أ ) = ٩٠

أ ب = ١٢سم ، أ ء = ٩ سم

ب جـ = ٢٥سم ، جـ ء = ٢٠سم

( أ ) أوجد طول ب ء

( ب ) حدد نوع ب ء جـ

( جـ) أوجد مساحة شبه المنحرف أ ب جـ ء

************************************************

**٥** فى الشكل المقابل

ق ( أ ب ء ) = ٩٠، أ ب = ٨سم

أ ء = ١٧سم ، ب جـ = ١٠سم

جـ ء = ١٢سم

( أ ) أوجد طول مسقط أ ء على ب ء

(ب) حدد نوع زاوية ب جـ ء

************************************************

**٦** فى الشكل المقابل

ق(ب) = ق (جـ) = ٩٠

أ ب =٣سم ، ب هـ = ٤سم

هـ جـ = ٨سم ، جـ ء = ٦سم

( أ ) حدد نوع زاوية أ هـ ء

(ب) أوجد مساحة الشكل أ ب جـ ء

**٧** فى الشكل المقابل

أ ب جـ ء شكل رباعى فيه

أ ب = ٩سم ، ب جـ = ١٢سم

ق ( ب ) = ٩٠

( أ ) أوجد طول أ جـ

(ب) إذا كان جـ ء = ٧سم ، أ ء = ١٧سم

حدد نوع زوايا △ أ جـ ء